Análise Psicológica (2014), 1 (XXXII): 127-132 doi: 10.14417/ap.839

Desenvolvimento cognitivo e aprendizagem da matemática

Vitor Cruz*

* Faculdade de Motricidade Humana, Universidade de Lisboa

A preocupação do presente artigo é a de enquadrar filogeneticamente e ontogeneticamente o desenvolvimento da matemática, enquadrando-a no contexto da hierarquia da linguagem. Assim, começaremos por situar a matemática ou a linguagem quantitativa como o culminar da dinâmica evolutiva da linguagem. De seguida, faremos referência ao desenvolvimento da linguagem quantitativa, suportando-nos para tal numa teoria do desenvolvimento cognitivo, o qual, como é sabido se organiza do concreto para o abstracto. De seguida, será nossa intenção fazer uma breve referência às diferentes componentes ou áreas da matemática, particularmente a aritmética. Para terminar, e tendo por base o já exposto, referiremos algumas preocupações que devem estar subjacentes ao processo de instrução ou ensino da matemática.

Palavras-chave: Desenvolvimento cognitivo, Hieraquia da linguagem, Matemática, Sentido de número.

INTRODUÇÃO

Como nos sugerem Fonseca (1984, 1986, 1999) e Kirk, Gallagher e Anastasiow (1999), a matemática ou aritmética pode ser pensada como um sistema de linguagem que em vez de letras e palavras, utiliza símbolos numéricos. Os mesmos autores sugerem assim que a leitura e a aritmética são similares de muitas maneiras, pois números e palavras substituem conceitos, existem sistemas de regras para orientar o uso correcto de números e palavras, etc.

Assim, suportando-se na hierarquia da linguagem, Fonseca (1984, 1986, 1999) e Kirk, Gallagher e Anastasiow (1999) propõem a existência de quatro níveis da linguagem:

– Linguagem interior (não verbal e verbal);
– Linguagem auditiva ou falada, que envolve um nível receptivo (compreensão) e um nível expressivo (fala);
– Linguagem visual ou escrita, que envolve igualmente um nível receptivo (leitura) e um nível expressivo (escrita); e
– Linguagem conceptual ou quantitativa.

Não obstante a existência dos vários níveis, Fonseca (1984, 1999) e Johnson e Myklebust (1991) referem-nos que todos eles têm a sua génese na experiência, que é incorporada por meio da linguagem interior, a qual constitui o primeiro estádio da aquisição da linguagem.

Assim, Fonseca (1986) diz-nos que tanto filogenética como ontogeneticamente a acção ou a experiência é o fundamento sensório-motor, percetivo-motor e psicomotor que dá origem à linguagem. Deste modo, a linguagem inicial, que é puramente gestual e não-verbal, parte da acção

A correspondência relativa a este artigo deverá ser enviada para: Vitor Cruz, Faculdade de Motricidade Humana, Universidade de Lisboa, Estrada da Costa, 1499-002 Cruz Quebrada, Dafundo. E-mail: vcruz@fmh.ulisboa.pt

(i.e., da paráfrase, em que o gesto representa e substitui a palavra) e, consequentemente, para se compreender o que um bebé está a tentar dizer é necessário observar aquilo que ele está a fazer (Fonseca, 1986).

No entanto, como refere o mesmo autor, apesar de a linguagem se edificar a partir da acção e da motricidade, posteriormente ela liberta-se desse contexto de acção, isto é, de início a linguagem começa por emergir da acção, mas mais tarde é ela que passa a antecipar, a regular e a estruturar a acção de um modo sistemático.

Apesar da existência dos diferentes níveis da linguagem, a nossa preocupação centra-se no último a ser dominado em termos cognitivos, nomeadamente a linguagem quantitativa. Assim, começaremos com uma breve abordagem ao seu desenvolvimento, a que se seguirá o estudo de alguns dos processos neuropsicológicos envolvidos bem como das componentes da matemática.

Em síntese, parece-nos pertinente e justificada a preocupação de perceber a linguagem matemática como o culminar de uma evolução cognitiva e linguística, apenas presente na espécie humana, e resultante de várias conquistas evolutivas da espécie e diferentes conquistas desenvolvimentistas da criança.

O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO E A LINGUAGEM QUANTITATIVA

Para explicar o desenvolvimento da linguagem quantitativa iremos utilizar duas teorias. A teoria de Myklebust (1965), de acordo com a qual o desenvolvimento cognitivo ocorre ao longo de cinco fases: *sensação*, *percepção*, *imagem*, *simbolização* e *conceptualização*. A segunda teoria é a de Piaget e Inhelder (1995), segundo a qual o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos se processa em quatro etapas: *estádio sensório-motor*, *estádio pré-operatório*, *estádio das operações concretas* e *estádio das operações formais*.

De acordo com Myklebust (1965) a primeira fase envolve a *sensação*, que é considerada como o nível mais básico da experiência humana. Assim, a estimulação, numa dialéctica de qualidade e quantidade, assume uma importância significativa em termos de desenvolvimento.

A segunda fase, a *percepção*, refere-se à selecção e à interpretação dos estímulos. Ou seja, é o primeiro processo de tratamento da informação ao nível do sistema nervoso central.

A terceira fase diz respeito ao papel da *imagem*, que traduz um processo cognitivo a partir do qual a criança pode diferenciar ou identificar uma percepção de um objeto ou da informação de uma outra percepção já recebida no passado. Confirma-se assim a intervenção da memória como função de consolidação, de conservação e de retenção de experiências anteriores.

A quarta fase, a *simbolização*, resulta da capacidade cognitiva de representar e resumir experiências por meio de símbolos, que permitem o raciocínio concreto. Deste modo, a simbolização diferencia-se da percepção porque associa significados (aspectos cognitivos) aos símbolos, que incluem aspectos receptivos e aspectos expressivos.

A quinta fase compreende a *conceptualização*, a qual traduz o nível mais elevado e aperfeiçoado da aprendizagem humana e do seu processamento cognitivo, que permite a classificação, a ordenação e a categorização das percepções. É graças às conceptualizações que as percepções se agrupam por atributos de significação, que permitem a elaboração e a expressão do pensamento.

Por seu lado, Piaget (1965, *in* Fonseca, 1984, 1999) sugere-nos que no primeiro estádio ou *estádio sensório-motor* (0-2 anos), a criança aprende por intermédio da experiência, verificando-se que nesta fase a criança não tem palavras para pensar (linguagem interior), mas já consegue antecipar experiências com base nas acções que as precedem (e.g., deixa de chorar quando a agarram ao colo, pois, geralmente esta acção precede uma experiência agradável como é o comer).

Ou seja, a criança tem um papel exploratório, em que investiga o envolvimento físico com o seu corpo e sentidos, pois ainda não desenvolveu uma linguagem simbólica específica para o fazer

(Piaget, 1953, *in* Casas, 1988).

No *estádio pré-operatório* (2-7 anos), para além de já conseguir utilizar os símbolos (i.e., representações sob a forma de linguagem falada, receptiva ou expressiva), de utilizar o jogo imaginativo e de utilizar a expressão gráfica, a criança começa a ser capaz de julgar a forma, o tamanho e as relações, baseando-se para tal em experiências e não em raciocínios, mas em que esses julgamentos são frequentemente intuitivos e desajustados (Piaget, 1965, *in* Fonseca, 1984, 1999).

Assim, nesta fase a criança desenvolve um entendimento rudimentar da matemática, o qual está presente no uso de conceitos da linguagem tais como "mais", "menos", "metade", "adicionar", etc. (Piaget, 1953, *in* Casas, 1988).

Dos 7 aos 12 anos (*estádio das operações concretas*) a criança já é capaz de pensar de modo lógico, função essa que é facilitada pelo uso de materiais concretos e por situações reais (Piaget, 1965, *in* Fonseca, 1984, 1999). Este é pois o estádio em que se inicia o pensamento lógico-matemático e a criança passa a estar em condições de adquirir o primeiro processo de aprendizagem do cálculo, o número (Piaget, 1953, *in* Casas, 1988).

Por último, no *estádio das operações formais* (12 anos em diante) a criança já é capaz de utilizar operações lógicas abstractas e deste modo já é capaz de raciocinar pessoalmente acerca de um problema e chegar a conclusões lógicas (Piaget, 1965, *in* Fonseca, 1984, 1999), isto é, a criança já é capaz de usar a lógica na solução de problemas (Piaget, 1953, *in* Casas, 1988).

Em síntese, actualmente, conceptualiza-se a matemática como envolvendo estruturas e relações que na aprendizagem devem emergir de experiências concretas (Fonseca, 1984, 1999). Isto é, concebe-se que a aprendizagem e domínio da matemática segue um processo de construção lento e gradual, que vai do concreto e específico para o abstracto e geral, e que as actividades concretas e manipulativas com os objectos constituem os alicerces desta construção (Citoler, 1996).

Em síntese, quando equacionamos a linguagem quantitativa, fica desde logo claro que esta percorre os diferentes estádios do desenvolvimento cognitivo propostos por Myklebust (1965). Começando na transformação das sensações de tamanho, quantidade, forma, etc. em percepções e em imagens mentais, passa-se para uma substituição simbólica e abstracta dessas representações internas em números. O culmina do processo alcança-se com a conceptualização, que permite toda a manipulação conceptual necessária na resolução de problemas e no domínio da álgebra.

Do mesmo modo, Piaget e Inhelder (1995) também sugerem que existe uma organização que vai do sensorial para o concreto, e desde para a simbolização e para a abstracção. Ou seja, do contacto com os diferentes tamanhos, quantidades, formas, etc. até à formação de um sentido de número, e deste à manipulação concreta e/ou abstracta do mesmo.

ÁREAS BÁSICAS DA MATEMÁTICA

Apesar de podermos encontrar a matemática nos livros, na banda desenhada, nos filmes, nos computadores e um pouco em tudo o que nos rodeia, são vários os autores que nos referem que a matemática pode ser estruturada em três domínios: a aritmética, a álgebra e a geometria. Tendo por fonte a Academia das Ciências de Lisboa (2001), de seguida vamos fazer uma breve referência a cada uma destas áreas da matemática.

Assim, a *aritmética* é a parte da matemática que estuda os números, suas propriedades e operações, ou seja, é a ciência dos números. Por seu lado, a *álgebra* refere-se ao estudo das equações, com letras no papel das variáveis, distinguindo-se assim da aritmética que lida com números e respectivas operações. Por fim, a *geometria* constitui o ramo da matemática que se ocupa das propriedades que dizem respeito à forma, extensão e posição relativa dos objectos no espaço, cujas representações se dizem então figuras geométricas.

Por outras palavras a aritmética refere-se à área da matemática que estuda os números e as operações realizadas com eles Sendo que a ideia de número emerge da comparação de uma quantidade com outra, ou seja, como consequência de avaliar uma quantidade, pois avaliar uma quantidade é compará-la com outra, a qual designamos unidade. Deste modo, agregando unidades é possível formar quantidades, as quais são representadas pelos números.

Quando nos referimos à área da matemática na qual as operações aritméticas são generalizadas através do uso de números, letras e símbolos falamos da álgebra. Neste caso, cada letra ou símbolo representa simbolicamente um número ou outra entidade matemática, e quando algum dos símbolos representa um valor desconhecido chama-se incógnita.

Por último, e de um modo muito sintético, a geometria é a área da matemática que estuda as propriedades e as medidas das figuras num plano ou no espaço.

Tendo em consideração que com este artigo não pretendemos de modo nenhum ser exaustivos acerca do tema, de seguida faremos referência à aritmética, que para além de ser o domínio mais estudado dos três em termos científicos, é aquele que parece ser o mais importante de adquirir a um nível básico, tanto na sua vertente informal (i.e., social), como na formal (i.e., académica).

Assim, estando a aritmética dependente de funções cognitivas complexas cuja execução requer a colaboração de um certo número de componentes que interagem entre si e que foram estudadas pela psicologia cognitiva (Sokol & McCloskey, 1991, *in* Citoler, 1996), têm sido sugeridas várias categorias para descrever a aritmética (Smith & Rivera, 1991).

No entanto, de entre as várias categorias, a psicologia cognitiva tem-se interessado fundamentalmente pelos processos subjacentes às três componentes da sequência evolutiva da competência na aritmética e que são o *sentido de número*, a *realização de operações* ou *cálculo* e a *resolução de problemas* (Casas, 1988; Citoler, 1996; Deaño, 1994).

De acordo com Cruz (1999, 2003, 2009) quando falamos de *sentido de número*, também denominado por alguns autores por *noção elementar de número*, genericamente referimo-nos a uma abstracção complexa que se forma lentamente através de uma grande diversidade de experiências quotidianas, levadas a cabo em casa e/ou na escola.

Depois, a *realização de operações ou cálculo* constitui a segunda componente da aritmética e refere-se aos processos mediante os quais se realizam simbolicamente manipulações difíceis de realizar de forma real (Cruz, 1999, 2003, 2009).

Por último, a terceira componente da aritmética é a *resolução de problemas* e diz respeito à realização de uma ou mais operações concretas e tradução das mesmas mediante uma ou mais operações aritméticas (Cruz, 1999, 2003, 2009).

Como sugere Citoler (1996), em termos evolutivos a aprendizagem da matemática é um processo lento e construtivo no qual os conhecimentos se vão integrando parcial e gradualmente até que se constitui a habilidade global.

Assim, suportando-nos numa perspectiva evolutiva já que as indicações sobre a sequência de aquisições destas habilidades constituem uma valiosa informação na hora de desenhar uma intervenção educativa adaptada ao nível de desenvolvimento da criança (Citoler, 1996), vamos de seguida fazer uma breve abordagem a algumas das preocupações a ter aquando da instrução ou ensino da matemática em geral e da aritmética em particular.

IMPLICAÇÕES E APLICAÇÕES EDUCATIVAS

Tendo em consideração os objectivos a que nos propúnhamos aquando da concepção deste artigo, falta ainda fazer uma breve referência a algumas preocupações que devem orientar o processo de instrução ou ensino antes de acabarmos esta breve abordagem à matemática.

Assim, de acordo com Witzel, Smith e Brownell (2001) é fundamental que os professores utilizem uma sequência de instruções que conduza o aluno ao longo de três momentos, primeiro o **C**oncreto, depois a **R**epresentação, e por fim a **A**bstracção, pois esta facilita o raciocínio abstracto.

Mais concretamente, Witzel, Smith e Brownell (2001) sugerem-nos que os professores devem:

- Ensinar através de situações que relacionem a matemática com a vida dos alunos.
- Ter a certeza que os alunos já dominam os conhecimentos que constituem os pré-requisitos de uma estratégia nova, antes de avançar para ela.
- Instruir de modo explícito os alunos e modelar a resolução dos problemas usando técnicas de pensar em voz alta, ou seja, mostrar aos alunos como realizar cada passo enquanto diz em voz alta porque é que cada um desses passos é realizado. É fundamental que os alunos saibam porque é que estas operações têm de ser feitas, pois esse conhecimento permite-lhes realizar a mesma sequência de passos num problema diferente.

Por seu lado, Gersten (1999) sugere-nos que outra preocupação da instrução deverá ser a promoção da automatização em áreas relacionadas com os factos aritméticos básicos e as operações.

Assim, os factos matemáticos básicos têm de se tornar conhecimentos declarativos, para que os alunos possam orientar os seus processos cognitivos para pensamentos de ordem superior, referentes ao conhecimento processual.

Gersten (1999) sugere ainda que os conhecimentos processuais e declarativos podem desenvolver-se de modo interactivo, com ganhos no primeiro a levarem a ganhos no segundo, o qual, por sua vez, origina novos ganhos no primeiro.

Em consequência, de acordo com Schoenfeld (1992) as instruções para o ensino da matemática devem levar os alunos a:

- Procurar soluções... não a memorizar apenas os procedimentos.
- Explorar padrões... não a memorizar fórmulas.
- Formular conjecturas... não a fazer apenas exercícios.

Reforçando estas directrizes de instrução, podemos referir que já Laplace defendia que "mesmo nas ciências matemáticas os nossos principais instrumentos para descobrir a verdade são a indução e analogia".

Também Descartes, com as suas sábias palavras, nos dizia que "Nunca nos tornaremos matemáticos, mesmo que a nossa memória domine todas as demonstrações feitas por outros, se o nosso espírito não for capaz de resolver todas as espécies de problemas".

Em síntese, a matemática deve ser estudada como uma disciplina dinâmica, evolutiva e de exploração, e não como um corpo rígido, absoluto e fechado de leis a ser memorizadas, pois, como nos diz Galileu "O livro do mundo está escrito em linguagem matemática" e o mundo está em constante mutação.

REFERÊNCIAS

Academia das Ciências de Lisboa. (2001). *Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea da Academia das Ciências de Lisboa*. Lisboa: Verbo.

Casas, A. M. (1988). *Dificultades en el aprendizaje de la lectura, escrita y cálculo*. Valencia: Promolibro.

Citoler, S. D. (1996). *Las dificultades de aprendizaje: Un enfoque cognitivo – Lectura, escritura, matemáticas*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Cruz, V. (1999). *Dificuldades de aprendizagem: Fundamentos*. Porto: Porto Editora.

Cruz, V. (2003). Dificuldades na aprendizagem da matemática. *Revista de Educação Especial*, *10* (1 e 2), 57-65.

Cruz, V. (2009). *Dificuldades de aprendizagem específicas*. Lisboa: Lidel.

Deaño, M. D. (1994). Dificultades selectivas de aprendizaje: Matemáticas. In Santiago Molina García (Ed.), *Bases psicopedagógicas de la educación especial* (pp. 191-217). Madrid: Marfil.

Fonseca, V. (1984). *Uma introdução às dificuldades de aprendizagem*. Lisboa: Editorial Notícias.

Fonseca, V. (1986). Alguns fundamentos psiconeurológicos e psicomotores da dislexia. *Ludens*, *11*(1), 17-33.

Fonseca, V. (1999). *Insucesso escolar – Abordagem psicopedagógica das dificuldades de aprendizagem*. Lisboa: Âncora.

Gersten, R. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, *44*, 18-28.

Johnson, D. J. & Myklebust, H. R. (1991). *Distúrbios de aprendizagem – Princípios e práticas educacionais*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

Kirk, S. A., Gallagher, J. J., & Anastasiow, N. J. (1999). *Educating exceptional children*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Myklebust, H. (1965). *Development and disorders of written language*. New York: Grune & Sratton.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1995). *A psicologia da criança*. Porto: Edições Asa.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Smith, D. D., & Rivera, D. P. (1991). Mathematics. In Bernice Y. L. Wong (Ed.), *Learning about learning disabilities* (pp. 345-374). New York: Academic Press, Inc.

Witzel, B., Smith, S. W., & Brownell, M. T. (2001). How can I help students with learning disabilities in algebra? *Intervention in School and Clinic, 37*(2), 101-105.

The great concern of the present article is to fit filogenetic and ontogenetic the development of the mathematics, fitting it in the context of the hierarchy of the language. Thus, we will start for pointing out the mathematics or the quantitative language as culminating the dynamics evolution of the language. Then, we will make reference to the development of the quantitative language, supporting us for such in one theory of cognitive development, which, as it is known, it is organized from the concrete for abstract. Next, it will be our intentions make one brief reference to the different components or areas of the mathematics, particularly the Arithmetic. To finish, we will relate some concerns that must be underlying to the process of instruction or education of the mathematics.

Key-words: Cognitive development, Language hierarchy, Math, Number sense.